



**PRIMER NIVEL** CERTAMEN ZONAL  
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Los dígitos  $a, b, c, d$ , distintos entre sí, son tales que la siguiente cuenta de multiplicar es correcta.

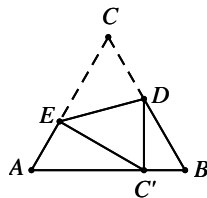
$$\begin{array}{r} a \ b \ c \ d \\ \times \qquad \qquad 9 \\ \hline d \ c \ b \ a \end{array}$$

Hallar los valores de los dígitos  $a, b, c, d$ .

2. Se escriben en el pizarrón los 2022 números enteros del 1 al 2022 inclusive. Luego se reemplaza cada uno de ellos por la suma de sus dígitos una y otra vez hasta lograr que los 2022 números del pizarrón sean todos de un solo dígito cada uno. Por ejemplo, 284 se reemplaza por 14 y luego 14 se reemplaza por 5.

Calcular la suma de los 2022 dígitos que quedaron escritos al final en el pizarrón.

3. En el triángulo equilátero  $ABC$  se marcaron los puntos  $D$  y  $E$  en  $BC$  y  $AC$  respectivamente de modo que al doblar siguiendo el segmento  $DE$ , el punto  $C$  se apoya sobre el lado  $AB$  en el punto  $C'$  y  $DC'B = 90^\circ$ . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo  $CED$ .



**PRIMER NIVEL** CERTAMEN ZONAL  
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Los dígitos  $a, b, c, d$ , distintos entre sí, son tales que la siguiente cuenta de multiplicar es correcta.

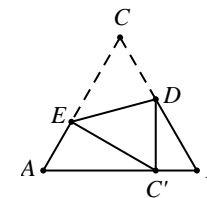
$$\begin{array}{r} a \ b \ c \ d \\ \times \qquad \qquad 9 \\ \hline d \ c \ b \ a \end{array}$$

Hallar los valores de los dígitos  $a, b, c, d$ .

2. Se escriben en el pizarrón los 2022 números enteros del 1 al 2022 inclusive. Luego se reemplaza cada uno de ellos por la suma de sus dígitos una y otra vez hasta lograr que los 2022 números del pizarrón sean todos de un solo dígito cada uno. Por ejemplo, 284 se reemplaza por 14 y luego 14 se reemplaza por 5.

Calcular la suma de los 2022 dígitos que quedaron escritos al final en el pizarrón.

3. En el triángulo equilátero  $ABC$  se marcaron los puntos  $D$  y  $E$  en  $BC$  y  $AC$  respectivamente de modo que al doblar siguiendo el segmento  $DE$ , el punto  $C$  se apoya sobre el lado  $AB$  en el punto  $C'$  y  $DC'B = 90^\circ$ . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo  $CED$ .





**SEGUNDO NIVEL** CERTAMEN ZONAL  
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Calcular cuántos números enteros positivos satisfacen simultáneamente que

- la suma de sus dígitos es igual a 10,
- no tienen dígitos iguales a 0 y
- no tienen dígitos repetidos.

2. Distribuir en las casillas del tablero los números 35, 40, 44, 46 y 55 de modo que el promedio de los números de las dos primeras casillas sea entero, el promedio de los números de las tres primeras casillas sea entero, el promedio de los números de las cuatro primeras casillas sea entero y el promedio de los números de las cinco casillas sea entero. Mostrar un tablero para cada posibilidad.

--	--	--	--	--

3. Sea  $ABCDE$  un pentágono regular de lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$  y  $EA$ . Las diagonales  $AC$  y  $BD$  se cortan en  $P$ . Calcular la medida del ángulo  $APB$ .



**SEGUNDO NIVEL** CERTAMEN ZONAL  
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Calcular cuántos números enteros positivos satisfacen simultáneamente que

- la suma de sus dígitos es igual a 10,
- no tienen dígitos iguales a 0 y
- no tienen dígitos repetidos.

2. Distribuir en las casillas del tablero los números 35, 40, 44, 46 y 55 de modo que el promedio de los números de las dos primeras casillas sea entero, el promedio de los números de las tres primeras casillas sea entero, el promedio de los números de las cuatro primeras casillas sea entero y el promedio de los números de las cinco casillas sea entero. Mostrar un tablero para cada posibilidad.

--	--	--	--	--

3. Sea  $ABCDE$  un pentágono regular de lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$  y  $EA$ . Las diagonales  $AC$  y  $BD$  se cortan en  $P$ . Calcular la medida del ángulo  $APB$ .



**TERCER NIVEL** CERTAMEN ZONAL  
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Sea  $PQRS$  un paralelogramo de lados  $PQ = RS = 25$  y  $RQ = PS = 18$ . Sea  $T$  un punto en la semirrecta  $RS$ , con  $S$  entre  $T$  y  $R$ , tal que  $TS = 5$ . La recta  $TQ$  corta a  $PS$  en  $U$ . Calcular la medida de  $SU$ .

2. Hallar todos los pares de enteros positivos  $x$  e  $y$  tales que  $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 1$ .

3. Alex y Bea, cada uno por su cuenta, numeraron las casillas de un tablero de 21 filas y 37 columnas con los números enteros desde 1 hasta 777, escribiendo un número en cada casilla, comenzando en la esquina superior izquierda.

Alex escribió en la primera fila los números 1, 2, 3, ..., 37, en la segunda fila escribió 38, 39, ..., 74 y así siguiendo completó las 21 filas.

Bea escribió en la primera columna los números 1, 2, 3, ..., 21, en la segunda columna escribió 22, 23, ..., 42 y así siguiendo completó las 37 columnas.

Hubo unas pocas casillas en las que las dos numeraciones coincidieron, por ejemplo en la primera fila de la primera columna ambas tienen 1 y en la última fila de la última columna ambas tienen 777.

Determinar las casillas en las que coincidieron las dos numeraciones e indicar en cada caso cuál es el número escrito.



**TERCER NIVEL** CERTAMEN ZONAL  
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Sea  $PQRS$  un paralelogramo de lados  $PQ = RS = 25$  y  $RQ = PS = 18$ . Sea  $T$  un punto en la semirrecta  $RS$ , con  $S$  entre  $T$  y  $R$ , tal que  $TS = 5$ . La recta  $TQ$  corta a  $PS$  en  $U$ . Calcular la medida de  $SU$ .

2. Hallar todos los pares de enteros positivos  $x$  e  $y$  tales que  $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 1$ .

3. Alex y Bea, cada uno por su cuenta, numeraron las casillas de un tablero de 21 filas y 37 columnas con los números enteros desde 1 hasta 777, escribiendo un número en cada casilla, comenzando en la esquina superior izquierda.

Alex escribió en la primera fila los números 1, 2, 3, ..., 37, en la segunda fila escribió 38, 39, ..., 74 y así siguiendo completó las 21 filas.

Bea escribió en la primera columna los números 1, 2, 3, ..., 21, en la segunda columna escribió 22, 23, ..., 42 y así siguiendo completó las 37 columnas.

Hubo unas pocas casillas en las que las dos numeraciones coincidieron, por ejemplo en la primera fila de la primera columna ambas tienen 1 y en la última fila de la última columna ambas tienen 777.

Determinar las casillas en las que coincidieron las dos numeraciones e indicar en cada caso cuál es el número escrito.